

Come fare i “conti”

Abbiamo detto che il Calcolo combinatorio è un utile strumento per fare i conti, soprattutto quando i numeri cominciano ad essere “non piccoli”.

Va da sè comunque che un ragionamento o una riflessione sul problema sono sempre preferibili all’uso – talvolta automatico – di formule. L’esempio seguente cerca di evidenziare quanto appena detto.

Problema: Quante partite si devono disputare in un torneo di tennis (ad eliminazione diretta) per designare il Vincitore, supponendo la partecipazione di 37 giocatori ?

La risposta non prevede, almeno a priori, un uso di formule particolari. Anzi è il problema che agli amanti del Tennis può apparire bizzarro in quanto è noto che nei tornei (importanti) di tennis il numero dei giocatori è quasi sempre una potenza di 2. Ciò deriva dal fatto che avendo una eliminazione diretta è molto facile visualizzare, attraverso un numero di giocatori pari a 2, 4, \dots , 64, \dots , (vedi Figura sotto) tutto l’andamento del torneo.



Pertanto se abbiamo, ad es., 32 giocatori avremo 16 partite al primo turno, 8 al secondo, 4 al terzo, 2 nelle semifinali e poi la finale. Totale $16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31 = 32 - 1$.

Nello stesso modo è semplice vedere che ci vogliono 127 partite per designare il Vincitore di un torneo di 128 giocatori ed, in generale, $2^N - 1$ partite per designare il Vincitore di un torneo di 2^N giocatori.

È però altrettanto semplice vedere che, anche se il numero dei giocatori non è una potenza di 2, vale la stessa.... regola. Infatti, supponiamo di avere

un torneo con 6 giocatori. Si giocano 3 partite, poi due dei tre vincitori si scontrano fra loro ed infine il vincitore di questa partita incontra il terzo vincitore. In totale abbiamo dunque $3 + 1 + 1 = 5 = 6 - 1$ partite.

Se abbiamo 37 giocatori (come nel nostro Problema) possiamo pensare di far giocare cinque partite a 10 giocatori, designando cinque vincitori che, aggiunti agli altri 27 richiederanno ancora (ancora per la “regola” della potenza del 2) 31 partite per un totale di $31 + 5 = 36 = 37 - 1$ partite.

Sembra quindi che in un torneo di N giocatori occorrano $N - 1$ partite per designare il vincitore.

Ma quale “matematica” occorre per dimostrare che vale tale formula. La risposta è semplice: serve la Matematica ovvero la capacità di ragionare **anche senza fare un conto**.

Infatti è semplice osservare che, tranne il Vincitore, TUTTI i giocatori giocano (e perdono !) una sola partita e che le partite sono tante quanti sono i perdenti ovvero $N - 1$ se abbiamo, in partenza N giocatori.

Serve dunque il calcolo combinatorio \dots ma serve, ancor di più il saper ragionare (e la Matematica a questo è preposta).