

Il calcolo letterale per risolvere problemi e per dimostrare (si prevedono circa 25 ore di lavoro in classe)

Nome e cognome dei componenti del gruppo che svolge le attività di gruppo di questa lezione

Nome e cognome dei componenti della coppia che svolge le attività di coppia di questa lezione

Nome e cognome della studentessa o dello studente che svolge le attività individuali di questa lezione

Prerequisiti: funzioni lineari, semplici operazioni con i polinomi, uso dei comandi EXPAND e FACTOR del manipolatore simbolico di TI - Interactive.

Nelle risposte ai seguenti problemi proposti, devono comparire anche le strategie risolutive eventualmente abbandonate, anche quando appaiono poco utili alla risoluzione finale. Non limitatevi a riportare nella risposta solo il prodotto finale: nell'attività di problem solving, molto spesso, ancor più che il prodotto finale dell'attività, è importante il processo di scelta delle strategie risolutive. Per risolvere i problemi potete utilizzare tutti gli strumenti messi a disposizione da TI -Interactive. Volutamente non vengono mai (o quasi mai) dati suggerimenti di strategie risolutive: è infatti interessante vedere quali strategie risolutive adatterete voi. Non preoccupatevi di completare la risoluzione di ogni esercizio: quando non riuscite a partire, fate esplorazioni, producendo esempi ed osservando quanto accade, aiutandovi anche con le risorse di TI - Interactive, con i fogli elettronici e così via. La capacità di risolvere problemi si acquisisce proprio cercando di risolverli: ciò che è importante sono i tentativi di risoluzione, più ancora dei prodotti finali.

Problema 1 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Un recinto quadrato è stato ampliato sia in larghezza che in lunghezza. L'aumento della lunghezza e della larghezza non si conosce.

L'area del recinto, misurata in m^2 , era inizialmente p^2 , ora è diventata p^2+3p+2 . Di quanto sono aumentate le due dimensioni? Qual è il suo perimetro attuale?

Risposta

Problema 2. (da svolgersi in piccoli gruppi)

Un parallelepipedo di dimensioni sconosciute ha un volume in m^3 espresso dalla formula x^3+5x^2+8x+4 , con x numero intero positivo.

La base è un quadrato; facendo riferimento alla formula del volume, sapete dire che relazione c'è fra la misura dello spigolo di base e dell'altezza?

Se non riuscite a rispondere, provate ad assegnare a x valori numerici e a costruire la tabella del volume (potete usare un foglio elettronico, anche quello disponibile su TI-Interactive). Sapete individuare particolari misure dello spigolo di base e dell'altezza che rispettino i dati del problema? Riuscite a scrivere la formula generale del volume mettendo in evidenza le misure delle tre dimensioni?

Risposta

Problema 3 (individuale)

Pensa un numero intero
addiziona ad esso 12
moltiplica il risultato per 5
togli 20
dividi il risultato per 5
aggiungi 2

Otterrai il numero di partenza aumentato di 10 : sai spiegare perché ?

Risposta

Problema 4 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Chiamiamo $S(n)$ la somma dei primi n numeri della sequenza

$1, x, x^2, x^3, x^4, \dots, x^{n-1}, x^n$

Spiega perché $S(n+1)$ può essere scritta nella forma

$S(n) + x^{n+1}$ oppure $1+x * S(n)$?

Ricava quindi una formula per $S(n)$.

Risposta

Problema 5 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Qual è la somma dei primi due numeri naturali? E dei primi 3? E dei primi 4? E dei primi 5? In generale, qual è la somma dei primi n numeri naturali?

Risposta

Problema 6 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Che cosa si può dire, rispetto alla divisibilità, della somma di due numeri dispari consecutivi? Giustificate la risposta.

Risposta

Problema 7 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Che cosa si può dire, rispetto alla divisibilità, del prodotto di tre numeri naturali consecutivi?

Risposta

Problema 8 (da svolgersi individualmente)

Che cosa si può dire, rispetto alla divisibilità, del prodotto di quattro numeri naturali consecutivi?

Risposta

Problema 9 (da svolgersi individualmente)

Che cosa si può dire, rispetto alla divisibilità, del prodotto di cinque numeri naturali consecutivi?

Risposta

Problema 10 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Che cosa si può dire, rispetto alla divisibilità, del prodotto di n numeri naturali consecutivi?

Risposta

Problema 11 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Quale è la somma dei primi numeri dispari?

Risposta

Problema 12 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Determina una formula che dia la somma dei quadrati dei primi n numeri pari

Risposta

Problema 13 (da svolgersi a coppie)

Supponi di avere un certo insieme di numeri naturali; applica la trasformazione che associa a ogni numero dell'insieme il suo successivo. Che effetto produce

questa trasformazione?

Confrontate la vostra risposta con quella di un'altra coppia di studenti.

Risposta

Problema 14 (da svolgersi individualmente)

La somma di due numeri primi può essere un numero primo? Giustifica la risposta.

Risposta

Problema 15 (da svolgersi individualmente)

È vero che la somma di due numeri pari è un multiplo di 4? Giustifica la risposta.

Risposta

Problema 16 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Considerate la proposizione:

"La formula $n^2 - n + 11$ genera solo numeri primi"

Dite se è vera o falsa giustificando la vostra risposta. Nel caso abbiate opinioni contrastanti e non riusciate a mettervi d'accordo, scrivete le diverse risposte con le relative giustificazioni.

Risposta

Problema 17 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Considerate la seguente proposizione:

"La formula $n^2 - 79n + 1601$ genera solo numeri primi"

Dite se è vera o falsa giustificando la vostra risposta. Nel caso abbiate opinioni contrastanti e non riusciate a mettervi d'accordo, scrivete le diverse risposte con le relative giustificazioni.

Risposta

Problema 18 (da svolgersi in piccoli gruppi)

È vero che n e $n+1$ sono primi fra loro? Perché?

Risposta

Problema 19 (da svolgersi in piccoli gruppi)

È vero che se a divide b e a divide c , allora a divide $(b+c)$? Perché?

Risposta

Problema 20 (da svolgersi in piccoli gruppi)

È vero che se a divide $b + c$, allora a divide b e a divide c ?

Problema 21 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Dati tre numeri a , b , c , supponiamo che il loro massimo comun divisore sia 1. Si può concludere che tra i tre numeri dati vi è una coppia di numeri primi fra loro? Oppure che il prodotto dei tre numeri è uguale al loro minimo comune multiplo? Oppure che almeno uno dei tre numeri è multiplo di 3? Giustificate la risposta.

Risposta

Problema 22 (da svolgersi a coppie)

Un locomotore, quando viaggia senza vagoni, raggiunge la velocità di 120 km/h. Quando traina 4 carrozze, la sua velocità è di 90 km/h. Supponiamo che la velocità del locomotore quando traina dei vagoni diminuisca di una quantità proporzionale alla radice quadrata del numero dei vagoni. Quanti vagoni al più riesce a trainare quel locomotore? (Olimpiadi di Matematica 1994, gara junior)

Risposta

Problema 23 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Considera il precedente del quadrato di un numero dispari. Che cosa si può dire rispetto alla divisibilità?

Risposta

Problema 24 (da svolgersi in piccoli gruppi)

Un pavimento rettangolare è piastrellato con grandi mattonelle quadrate (diciamo 7×5 mattonelle, tanto per fissare le idee).

Le mattonelle del bordo (nel nostro caso sono 20) hanno un colore diverso da quelle interne (nel nostro caso sono 15). Trovare tutti i casi in cui i numeri dei due tipi di mattonelle sono uguali.

Risposta

L'usuale attività di sistemazione delle conoscenze che in genere segue queste lezioni non ha, in tal caso, molto senso: è difficile poter pensare di dare indicazioni generali che sistemino conoscenze e tecniche relative alla risoluzione di problemi. La capacità di porsi e risolvere problemi si acquisisce gradualmente e su tempi molto lunghi. Ecco perché non ti proponiamo una sistematizzazione di queste attività, né un test di autovalutazione, ma solo alcuni esercizi di consolidamento e alcuni esempi di verifiche.

[Esercizi di consolidamento](#)

[Esempi di verifiche](#)